



Metodología explicada

S02: Recursos adicionales (3)

METODOLOGÍA INDISPENSABLE: LOS 6 PASOS DE ORO PARA MODELAR PRODUCCIÓN (1 ÍNDICE)

Piensa en modelar como si fueras el arquitecto jefe de una base en un videojuego de estrategia. No puedes simplemente soltar unidades (variables). Necesitas un plano pe:

1. **Exploración de Datos e Identificación de Objetivos:** ¿Qué quiere la empresa? (Maximizar Ganancia / Minimizar Costo). ¿Cuál es la decisión principal? (¿Cuánto fabricar?).
2. **Definición de Índices y Conjuntos (The Foundation):** Aquí es donde la **Forma Compacta** brilla. Identificamos la característica que hace única a cada variable. Ejemplo: "Producto i".
3. **Definición de Parámetros (Indexed):** Son los datos fijos del problema (costos, tiempos, demanda), pero les asignamos una "etiqueta" con el índice definido. Ejemplo: " U_i es la utilidad del producto i".
4. **Definición de Variables de Decisión (The Moves):** La acción a tomar. Usamos la "etiqueta" del índice. Ejemplo: " X_i es la cantidad a producir del producto i".
5. **Formulación de la Función Objetivo (The Score):** Traducimos la meta a una ecuación matemática. Si maximizamos utilidad total, usamos la sumatoria (Σ) para sumar la utilidad de cada producto multiplicada por su cantidad.
6. **Formulación de Restricciones (The Rules):** Las limitaciones físicas o empresariales (Capacidad, Recursos, Demanda, etc.). Usamos el símbolo "for all" (\forall) para aplicar una regla genérica a múltiples elementos del conjunto.

EJEMPLO RESUELTO ULTRADETALLADO: "MUEBLES EL INGENIERO 4.0"

CONTEXTO: Una fábrica produce 3 tipos de muebles: **Sillas (S)**, **Mesas (M)** y **Escritorios (E)**. La gerencia quiere maximizar la ganancia diaria total. Tenemos los siguientes datos:

Producto	Utilidad Unit (\$)	Horas de Carpintería Unit	Horas de Ensamble Unit	Madera Req. Unit (m ²)	Demanda Máx (unid)
Silla	40	1.5	1.0	2.0	50
Mesa	100	2.5	1.5	4.0	20
Escritorio	150	4.0	2.0	6.0	30

Limitaciones Diarias:

- Carpintería Disp: 120 horas.
- Ensamble Disp: 100 horas.
- Madera Disponible: 300 m².



APLICANDO LA METODOLOGÍA (CON FORMA COMPACTA BIEN EXPLICADA BRO)

Paso 1: Objetivo y Decisión

- **Objetivo:** Maximizar Ganancia Diaria Total.
- **Decisión:** Determinar la cantidad a fabricar de cada uno de los 3 productos.

Paso 2: Definición de Índices y Conjuntos

Aquí es donde definimos el "universo Marvel" de elementos que vamos a manejar.

- **Índice:** i (representa a cada producto).
- **Conjunto:** $P = \{\text{Sillas, Mesas, Escritorios}\}$ (o simplemente $i = 1, 2, \dots, 3$, pero usar nombres es más claro).

Paso 3: Definición de Parámetros

Convertimos la tabla de datos en símbolos matemáticos "etiquetados" con i .

- U_i : Utilidad unitaria del producto $i \in P$. ($U_{\text{Sillas}} = 40$, $U_{\text{Mesas}} = 100$, $U_{\text{Escritorios}} = 150$)
- TC_i : Tiempo unitario de Carpintería requerido para el producto $i \in P$.
- TE_i : Tiempo unitario de Ensamble requerido para el producto $i \in P$.
- MA_i : Madera requerida unitaria por el producto $i \in P$.
- $Dmax_i$: Demanda máxima del producto $i \in P$.

Limitaciones Generales:

- $DispC$: Disponibilidad total de Carpintería (120 h).
- $DispE$: Disponibilidad total de Ensamble (100 h).
- $DispM$: Disponibilidad total de Madera (300 m^2).

Paso 4: Definición de Variables de Decisión

La variable principal que el modelo debe calcular.

- X_i : Cantidad de unidades a producir del producto $i \in P$ por día. (Unidades discontinuas/enteras. Por ahora asumiremos continuas, eso lo veremos en semana 10 por ahí).

Paso 5: Función Objetivo

Forma Extendida (Lo que hacías antes):

$$Max Z = 40X_{\text{Sillas}} + 100X_{\text{Mesas}} + 150X_{\text{Escritorios}}$$



FORMA COMPACTA (La firme):

$$\text{Maximizar } Z = \sum_{i \in P} U_i X_i$$

Explicación:

- $\sum_{i \in P}$: Esto significa "Suma para todos los elementos i que pertenecen al conjunto P (es decir, Sillas, Mesas y Escritorios)".
- $U_i X_i$: En cada paso de la suma, multiplicas la utilidad del producto i (U_i) por la cantidad fabricada de ese producto i (X_i)
- **Resultado:** $U_{Sillas} X_{Sillas} + U_{Mesas} X_{Mesas} + U_{Escritorios} X_{Escritorios}$. ¡Es exactamente lo mismo, pero en una sola línea! Si tuviéramos 100 productos, la forma extendida sería una hvdasa, ¡mientras que la compacta te lo hace easy!

Paso 6: Restricciones (The Rules)

R1: Capacidad de Carpintería

- *Lógica:* La suma del tiempo consumido por cada producto no puede exceder la disponibilidad.

Forma Extendida:

$$1.5X_{Sillas} + 2.5X_{Mesas} + 4.0X_{Escritorios} \leq 120$$

FORMA COMPACTA (Generalizando):

$$\sum_{i \in P} TC_i X_i \leq DispC$$

R2: Capacidad de Ensamble

$$\sum_{i \in P} TE_i X_i \leq DispE$$

R3: Disponibilidad de Madera

$$\sum_{i \in P} MA_i X_i \leq DispM$$

R4: Demanda Máxima (¡Aquí usamos \forall !)

- *Lógica:* Cada producto tiene su propio límite de demanda. No podemos hacer más sillas de las que nos compran. No podemos hacer una sumatoria aquí, porque cada restricción es individual.

Forma Extendida:

$$X_{Sillas} \leq 50$$

$$X_{Mesas} \leq 20$$

$$X_{Escritorios} \leq 30$$



FORMA COMPACTA (Generalizando con \forall):

$$X_i \leq Dmax_i, \forall i \in P$$

Explicación:

- $X_i \leq Dmax_i$: Es la regla base. "La cantidad fabricada del producto i es menor o igual a su demanda máxima".
- $\forall i \in P$: Esto significa "Aplica esta regla **PARA TODO** elemento i que pertenece al conjunto P (Sillas, Mesas y Escritorios)". Es como un bucle en programación. Automáticamente crea una ecuación individual para cada elemento del conjunto.

R5: No Negatividad y Tipo de Variable

(ADIVINA)

(Importante: En la Semana 2, asumimos variables continuas, es decir, podemos fabricar "medias sillas", lo cual es un supuesto del modelado. La integralidad lo verás en la Semana 10).



MENCIÓN BREVE DE CASOS ESPECIALES

Como subtema complementario, recuerda lo que vimos en la Semana 1:

- **Múltiples Óptimos:** Lo explicamos con el globo y el viento. Ocurre cuando la Función Objetivo (el viento) empuja al globo y este se atasca en un **segmento completo**, no solo en un vértice. Esto te da flexibilidad gerencial.
- **Infactibilidad:** Cuando no hay Región Factible. Las restricciones chocan tanto que es imposible satisfacerlas todas a la vez. El corredor central está vacío. (Ej: Te piden producir mínimo 100 unidades de algo, pero la capacidad máxima es 80).
- **Inacotado:** Cuando la Región Factible es abierta en la dirección de crecimiento del beneficio (en maximización). En la vida real, esta vaina no existe (siempre hay una limitación), pero en los ejercicios matemáticos, el "globo" simplemente sube y sube para siempre hacia el infinito.



¿POR QUÉ LA FORMA COMPACTA ES TU BFFI?

- **Escalabilidad:** Hoy modelamos 3 productos, mañana modelamos el portafolio de 5,000 productos de una multinacional. El modelo compactado es **EL MISMO**. Solo se cambia los datos de entrada.
- **Claridad:** Muestra la estructura lógica de las decisiones y restricciones sin el "ruido" de los números específicos.
- **Implementación:** Así es como se programa en softwares como Python (con la librería Gurobi que verás en la Semana 5).

A la firme si alguien sabe como hacer fórmulas LateX de manera más rápida en Docs que pase la voz, mucha vaina estar haciendolo manual causa