



Última modificación oficial: 28 may 2025

Para una mejor experiencia usamos la suite de Google.

Técnicas usadas: Bulletpoints + Estilo Cornell + Tablas y gráficos visuales

Puedes borrar el contenido de la sección de palabras clave o anotaciones para que puedas escribir las tuyas. ¡Éxitos!

CONTENIDO

S01: Introducción a las Ecuaciones Diferenciales	2
① ¿POR QUÉ CARAJOS NECESITAMOS ECUACIONES QUE MEZCLEN DERIVADAS?	2
Lógica del concepto:	2
Mecanismo / Proceso:	2
Reglas / Condiciones:	2
Sugerencia de Ilustración:	3
Resumen Express:	3
② ¿CÓMO LE PONEMOS NOMBRE Y APELLIDO A UNA ECUACIÓN PARA SABER A QUÉ NOS ENFRENTAMOS?	3
Lógica del concepto:	3
Mnemotecnia: T.O.L.	3
Mecanismo / Proceso de clasificación:	3
Reglas / Condiciones (Las 3 Leyes de Linealidad):	4
La Trampa:	4
Tabla Comparativa: EDO Lineal vs No Lineal	4
Resumen Express:	4
③ ¿QUÉ SIGNIFICA "RESOLVER" CUANDO LA RESPUESTA NO ES UN NÚMERO, SINO UNA FAMILIA INFINITA DE CURVAS?	5
Lógica del concepto:	5
Mecanismo / Proceso:	5
Reglas / Condiciones de Comprobación:	5
La Trampa:	5
Resumen Express:	5
④ ¿CÓMO NACEN LAS ED A PARTIR DE UNA SIMPLE FUNCIÓN?	6
Lógica del concepto:	6
Mecanismo / Proceso de Creación:	6
Reglas / Condiciones:	6
Resumen Express:	6



S01: Introducción a las Ecuaciones Diferenciales

FICHA TÉCNICA:

Curso: Ecuaciones Diferenciales

Unidad: Nociones Preliminares y Modelado Matemático

Objetivo: Identificar, clasificar rigurosamente y comprobar soluciones de ecuaciones diferenciales para modelar fenómenos dinámicos reales.

[PROGRESO]: 6% Completado (*Semana 1 de 16*)

El cálculo tradicional te enseñó a tomarle una "fotografía" a la velocidad en un instante exacto. Pero la vida real no es una foto, es una película. Bienvenido al lenguaje matemático en el que el universo escribe sus reglas de cambio continuo!

Al terminar de leer esto, dejarás de ver letras extrañas con comillas (y' , y'') y empezarás a descifrar el ADN que predice fenómenos reales: desde cómo colapsa un puente, hasta cómo se propaga un virus o cómo funciona un brazo robótico.

1 ¿POR QUÉ CARAJOS NECESITAMOS ECUACIONES QUE MEZCLEN DERIVADAS?

El ADN del cambio: Concepto y Modelado

Lógica del concepto:

En física e ingeniería (como en crecimiento poblacional o circuitos), lo que nos importa es cómo cambia una variable respecto a otra.

- Las derivadas representan exactamente eso: *tasas de cambio*.
- Si un modelo matemático contiene la derivada de una función desconocida, se llama **Ecuación Diferencial (ED)**.

Mecanismo / Proceso:

Para entender cualquier ED, primero identifica a los actores:

1. **Variable Dependiente (VD):** La que sufre el cambio (Ej: y , Temperatura, Población). Se ubica en el numerador de la derivada (dy).
2. **Variable Independiente (VI):** La que dicta el ritmo o referencia (Ej: x , tiempo t). Se ubica en el denominador (dx).

Reglas / Condiciones:

- Una ED siempre relaciona una función desconocida, sus derivadas y las variables independientes.

PALABRAS CLAVE / ANOTACIONES

Qué tal! Espero te sirva este material. Si tienes dudas u observaciones, date una pasada por la página web y contáctame!

Este material es full teórico y explicativo. Está hecho para que puedas entender porque se hace cada cosa.

Si quieres ejercicios resueltos puedes visitar la página.

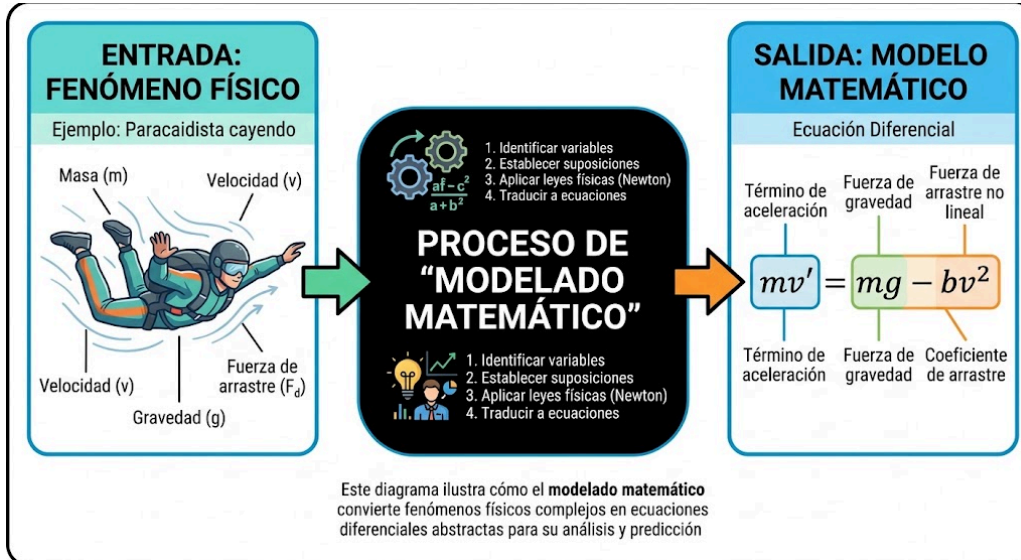
Poco a poco vamos subiendo más.

Esta teoría servirá para la primera parte del ejercicio.



- Puede estar escrita en forma explícita (despejando la derivada de mayor orden) o implícita (todo igualado a cero).

🎨 Sugerencia de Ilustración:



💡 Resumen Express:

Una Ecuación Diferencial es simplemente una igualdad matemática que involucra a una función misteriosa y sus derivadas. Sirve para modelar sistemas dinámicos donde las cosas cambian a través del tiempo o el espacio.

2 ¿CÓMO LE PONEMOS NOMBRE Y APELLIDO A UNA ECUACIÓN PARA SABER A QUÉ NOS ENFRENTAMOS?

Para reconocer y clasificar EDO

📌 La Trinidad Clasificatoria

🧠 Lógica del concepto:

No puedes resolver un problema si no sabes de qué tipo es. Toda ED se somete a un escáner estricto de tres filtros para saber qué técnica de solución usar después.

🔒 Mnemotecnica: T.O.L.

Filtra cualquier ecuación preguntando por su **T**ipo, **O**rden y **L**inealidad.

⚙️ Mecanismo / Proceso de clasificación:

1. **Filtro 1: TIPO (Cuántas variables independientes hay?)**
 - **Ordinaria (EDO):** Derivadas respecto a UNA sola variable independiente. (Ej: solo dx).



- **Parcial (EDP):** Derivadas parciales (∂) respecto a DOS o MÁS variables independientes. (Ej: ∂x , ∂y , ∂z).
2. **Filtro 2: ORDEN (Quién manda?)**
- El orden de *toda* la ecuación lo dicta la **derivada de mayor nivel** que aparezca.
 - Si ves un y''' o un $\frac{d^3 y}{dx^3}$, es de Tercer Orden. No importa si hay otras derivadas menores elevadas a potencias gigantes.
3. **Filtro 3: LINEALIDAD (Prueba de pureza)**
- Evalúa a la variable dependiente (y) y a todas sus derivadas.
 - Deben cumplir estrictamente 3 reglas (ver abajo).

Reglas / Condiciones (Las 3 Leyes de Linealidad):

- **Ley 1 (Sin potencias raras):** La variable y y TODAS sus derivadas deben estar elevadas a la potencia 1. Nada de $(y')^2$ o (\sqrt{y}) .
- **Ley 2 (Prohibido mezclarse):** No puede haber multiplicaciones entre y y sus derivadas. Nada de $y \cdot y'$
- **Ley 3 (Coeficientes leales):** Los coeficientes que acompañan a y o a sus derivadas SOLO pueden depender de la variable independiente (x)

La Trampa:

Un error clásico en exámenes es ver $\sin(y)$ o e^y y pensar que es lineal. Falso! Las funciones trascendentes aplicadas a la variable *dependiente* (y) rompen la linealidad al instante. Si fuera $\sin(x)$, sí sería lineal.

NOTa de principio de Linealidad

Tabla Comparativa: EDO Lineal vs No Lineal

Ecuación Diferencial	O°	Lineal?	Razón de la Falla (si aplica)
$4xy'' + 2x^3y' - y = e^x$	2	SÍ	Cumple todas las leyes. x no afecta.
$y'' - 2y' + y^2 = 0$	2	NO	Falla Ley 1: La variable y está al cuadrado.
$yy' - 5x = 0$	1	NO	Falla Ley 2: Producto de y por su derivada.
$y'' + \cos(y) = x$	2	NO	Falla Ley 1/2: Función trigonométrica sobre y .

Resumen Express:

Usa el escáner **T.O.L.**. Tipo (Ordinaria o Parcial), Orden (la derivada más alta manda) y Linealidad (la variable dependiente y



sus derivadas no pueden estar elevadas a potencias, multiplicadas entre sí, ni dentro de funciones raras).

3 ¿QUÉ SIGNIFICA "RESOLVER" CUANDO LA RESPUESTA NO ES UN NÚMERO, SINO UNA FAMILIA INFINITA DE CURVAS?

Tipos de Soluciones de una EDO

Lógica del concepto:

En álgebra básica, resolvías $2x = 4$ y obtenías un número ($x = 2$). Al resolver una EDO, tu respuesta no es un número, es una función (o gráfica) que, al derivarla y meterla en la ecuación original, hace que todo encaje perfectamente.

Mecanismo / Proceso:

1. **Solución General:** Es la "matriarca". Representa a una familia entera de curvas. Siempre contiene *constantes arbitrarias* (C_1, C_2, \dots). El número de constantes *siempre* coincide con el Orden de la EDO (EDO de orden 2 = 2 constantes).
2. **Solución Particular:** Es una hija específica de la familia. Se obtiene dándole valores reales a las constantes (C). Esto se logra utilizando **Condiciones Iniciales** (datos que te da el problema en un tiempo $t = 0$ o punto específico).
3. **Solución Singular:** El patito feo. Es una solución real que satisface la ecuación, pero que *es imposible* de obtener a partir de la Solución General (ningún valor de C te da esta curva).

Reglas / Condiciones de Comprobación:

- Si te piden **verificar** que una función es solución:
 - Deriva la función tantas veces como el orden de la EDO lo exija.
 - Reemplaza $y, y', y'' \dots$ en la ecuación original.
 - Si llegas a una identidad matemática obvia ($0 = 0$ o $x^2 = x^2$), ¡entonces sí es solución!

Tipos de solución, en realidad es más fácil pero acá se explica más a detalle.

En los ejercicios resueltos puse algunas técnicas para poder identificar y resolver EDO



⚠ La Trampa:

Un Problema de Valor Inicial (PVI) es simplemente una EDO que viene acompañada de "pistas" (condiciones iniciales) obligándote a encontrar la Solución Particular directa, dejando atrás las incógnitas "C".

Lo veremos en la siguiente semana tranquilo bro

💡 Resumen Express:

Resolver una ED es hallar una función que encaje en la ecuación. La **General** tiene constantes (C) y abarca infinitas curvas; la **Particular** nace al evaluar esas constantes con datos reales (PVI); y la **Singular** es un caso atípico ajeno a la familia.

4 ¿CÓMO NACEN LAS ED A PARTIR DE UNA SIMPLE FUNCIÓN?

🔗 Ingeniería Inversa (El Origen de las EDOs)

🧠 Lógica del concepto:

Si derivar una solución general nos lleva a la EDO, podemos crear ecuaciones a medida. A partir de una familia de curvas con constantes arbitrarias (Ej: $y = Ae^{2x} + B$), el objetivo es eliminar esas letras abstractas (A, B) y quedarnos solo con variables puras y derivadas.

⚙ Mecanismo / Proceso de Creación:

1. **Cuenta las constantes:** Identifica cuántas constantes arbitrarias *esenciales* tiene la función original (digamos, n constantes).
2. **Deriva sin piedad:** Deriva la función general n veces consecutivas.
3. **Arma el sistema:** Ahora tienes un sistema con la función original y sus derivadas (un total de $n + 1$ ecuaciones).
4. **Extermina la constante:** Usa álgebra, despejes o sistemas de ecuaciones para eliminar las constantes. La ecuación resultante (pura de x, y, y', y'') es la EDO que buscabas.

📏 Reglas / Condiciones:

- El orden de la EDO resultante siempre será exactamente igual a la cantidad de constantes arbitrarias independientes que eliminaste.
- ¡Cuidado! Si tienes $y = Ae^{x+B}$, por leyes de exponentes esto es $y = Ae^B e^x$. Como A y e^B son constantes, se fusionan en una sola super constante $K = Ae^B$. Por ende, la EDO final solo será de *Primer Orden*, no de segundo.



Resumen Express:

Puedes fabricar una EDO derivando una función general tantas veces como constantes arbitrarias tenga. Luego, usas álgebra para borrar las constantes del mapa y pingo!, acabas de modelar tu propia Ecuación Diferencial pura.

Genial! Si llegaste hasta aquí es más que suficiente para entender la semana. Pero si quieres profundizar alguna parte o concepto puedes visitar los recursos adicionales en www.ingenierolocaso.com en la sección de CONTENIDO.

Utiliza ese material como guía o complemento, de todas formas tienes que darle una repasada, ESE EXÁMEN NO SE VA A PASAR POR ARTE DE MAGIA. TU PUEDES!

Síguenos en nuestras redes para enterarte de todas las novedades!